SIGNALVERARBEITUNG

UNIVERSITÄT LEIPZIG

ADRIAN IMMANUEL KIESS

ABSTRACT. Zusammenfassung Signalverarbeitung.

1. Elementare Begriffe

1.1. **Signale.** Ein **Signal** ist eine physikalische Größe, die von der Zeit, der Raumposition oder einer anderen *unabhängigen* Variable abhängt.

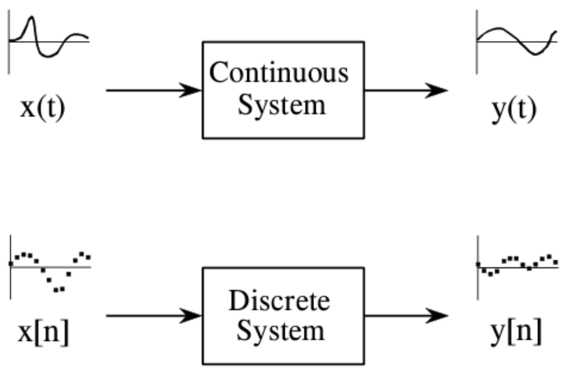

FIGURE 1.1. Systeme.

Example 1. $f(t) = \sin(t)$, Elektrokardiogramm (EKG), menschliche Sprache.

Diese Signale lassen sich nicht als Formeln ausdrücken.
Man spricht von einem

- **kontinuierlichem Signal:** wenn die Variablen in einer offenen Teilmenge Ω eines $\mathbb{R}^n$ (oder in einer Untermannigfaltigkeit mit Dimension $n \leq 1$) variieren.
- **diskreten Signal:** wenn die Variablen in einem abzählbaren diskreten Raum variieren.

Terminology for **signals** and **systems**. A system is any process that generates an output signal in response to an input signal. Continuous signals are usually represented with parenthesis, while discrete signals use brackets. All signals use lower case letters, reserving the upper case for the frequency domain. Unless there is a better name available, the input signal is called: $x(t)$ or $x[n]$, while the output is called: $y(t)$ or $y(t)$.

Example 2. Kontinuierliche Signale.
Die Ausgangsspannung eines Sensors in Abhängigkeit von der Zeit.

Sensor:	Mikrofon	Kamera	Antenne	Elektroden	Thermometer
Signal:	Tonsgnl	Bildsgnl	Hchfrqunzsgnl	EKG	Temperatur

Example 3. Diskrete Signale.
Zeitreihen, d.h. Folgen von Zahlen, z.B. der Verlauf des DAX oder Folgen von Abtastwerten eines kontinuierlichen Signals.

Date: September 13, 2015.
Key words and phrases. Signalverarbeitung.

1.2. **Nachrichten.** Wenn Energie als Informationsträger genutzt wird, so sind die Signale nur Träger von Reizen, Befehlen, Fragen oder Antworten. Die einzeln ausgetauschten Informationen heißen **Nachrichten**. Damit Nachrichten übertragen werden können, müssen Sender und Empfänger einen gemeinsamen **Zeichenvorrat** besitzen: Sprache, Schrift oder mechanische Signale. Eine Nachricht kann von einem Empfänger nur dann genutzt werden, wenn sie für ihn einen einen verständlichen **Sinngehalt** besitzt.

1.3. **Informationsgehalt.** Die Bedeutung einer Nachricht wird für den Empfänger größer, wenn sie weniger vorhersehbar ist. Bei einer Nachricht muss zwischen Informationsgehalt (Sinn, Bedeutung) und der Repräsentation (Signal) unterschieden werden.

1.4. **Systeme und Signalverarbeitung.** Zu natürlichen Signalen gibt es stets einen physikalischen Hintergrund der Signalerzeugung, wie etwa die Stimmbänder bei der menschlichen Sprache. Die physikalischen Gegebenheiten, die auf einen Stimulus oder eine Kraft reagieren, indem sie ein Signal erzeugen, nennt man auch **System**. Der Stimulus mit dem System zusammen ist die **Signalquelle**. Wir wollen unter einem System jedoch vor allem ein physikalisches Gerät verstehen, das auf einem **(Eingangs-)Signal** eine Operation durchführt und ein **Ausgangssignal** erzeugt. Operationen auf Signalen sind der Inhalt der **Signalverarbeitung**.

1.5. **Ziele der Signalverarbeitung.**

- Unterdrücken von Störungen
- Extraktion bestimmter (Nutz-)Informationen
- Signalumwandlung zur Übertragung oder Speicherung

1.6. **Analoge Signalverarbeitung.** Die meisten Signale in Wissenschaft und Technik sind Funktionen kontinuierlicher Variablen und nehmen Werte in einem kontinuierlichem Bereich an. Solche Signale heißen **analog**. Man kann diese Signale mit Hilfe von Schaltungen auch technisch beeinflussen. Dies nennt man **analoge Signalverarbeitung**.

FIGURE 1.2. Analoge Signalverarbeitung.

Analog Input Signal $\Rightarrow$ Analog signal processor $\Rightarrow$ Analog Output Signal

1.7. **Digitale Signalverarbeitung.** Wenn ein Signal nur von diskreten Variablen abhängt und auch nur diskrete Werte annehmen kann, nennt man es **digital**. Systeme, die digitale Signale verarbeiten, also ein digitales Eingangssignal in ein analoges Ausgangssignal umwandeln, heißen **digitale Systeme**.

1.8. **Grundlegende Operationen der digitalen Signalverarbeitung.**

- Korrelation
- Fouriertransformation
- Digitale Filterung
- Digitale Signalerzeugung

1.9. **Vorteile der digitalen Signalverarbeitung.**

- Reproduzierbarkeit
- Wegfall oder Automatisierung von Abgleichungen (Kalibrierung)
- Hohe Zuverlässigkeit
- Geringe Störempfindlichkeit
- Programmierbarkeit

1.10. **Nachteile der digitalen Signalverarbeitung.**

- Kompliziertere Schaltungen
- Zu langsam für hohe Frequenzen
- Störungen durch Umschalten von Spannungen und Strömen möglich
- Quantisierungsrauschen
- Komplizierte Programmierung von DSPs oft nötig
- Anspruchsvolle Theorie

1.11. **Werkzeuge der sigitalen Signalverarbeitung.**

- PCs
- DSPs
- Mikrocontroller

2. Analoge Signale

2.1. **Analoge Signale.** Signalverarbeitung arbeitet mit Signalen. Dabei gibt es verschiedene Typen.

Definition 4. Ein **analoges Signal** ist eine Funktion $x_a : I \to \mathbb{C}$ mit $I \subset \mathbb{R}\, Intervall$. Falls alle Werte reel sind $(x_a(I) \subset \mathbb{R})$ spricht man von einem **reelwertigen analogen Signal**.

Example 5.

(1) $x_a^1 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x_a^1(t) = A \sin 3\pi t$ ist ein reelwertiges analoges Signal.
(2) $x_a^2 : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$, $x_a^2(t) = e^{i3\pi t}$ ist ein analoges Signal.
(3) Die Auslenkung einer Lautsprechermembran kann als reelwertiges, analoges Signal beschrieben werden. Dieses Signal kann in der Regel nicht mit einer endlichen Formel dargestellt werden.

2.2. **Komplexe Zahlen.**

Darstellung: $z = a + bi / i^2 = -1$
Addition/Subtraktion: normal
Miltiplikation: $(a + bi) \times (c + di) = (ac - bd) + (ad + bc)i$
Exponentialform: $r \times e^{i\phi}$
Polarform: $r \times (\cos\phi + i \sin\phi)$

- Umwandlung algebraische Form $\Rightarrow$ Polarform
- Für $z = a + bi$ ist $r \times (\cos\phi + i \sin\phi)$ zu finden.
- Berechnung von r: $r = |z| = \sqrt{(a^2 + b^2)}$

2.3. **Multikanalsignale.** Häufig werden mehrere Signale zu einem verktorwertigem Signal zusammengefasst. Etwa 3 oder 12 Messungen beim Elektrokardiodiagramm (EKG).

Definition 6. Ein analoges Multikanalsignal ist eine Funktion
$x_a : I \to \mathbb{C}^{\mathbb{K}}$, $I \subset \mathbb{R}\, Intervall$, $K \in \mathbb{N}$.
Falls $x_a(I) \subset I\mathbb{R}^K$, heißt x_a **reelwertig**.

2.4. **Multidimsionale Signale.** Bilder sind typische Beispiele für mehrdimensionale Signale, da sie von mehreren Variablen abhängen.

Definition 7. Ein **multidimensionales, analoges Signal** ist eine Abbildung
$x_a = I_1 \times \cdots \times I_D \to \mathbb{C}$, $I_1, \ldots, I_D \subset I\mathbb{R}\, Intervalle$, $D \in \mathbb{N}$.
Falls alle Werte reel sind, heißt S **reelwertig**.

2.5. **Frequenzen.** Eine einfache harmonische Schwingung lässt sich als analoges Sinussignal modellieren.

Definition 8. Sei $x_a : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x_a(t) = A \cos(\Omega T + \phi)$
Dann heißt A Amplitude, Ω Frequenz und ϕPhase von x_a.

2.6. **Zeitdiskrete Signale.** Häufig stehen die Werte einer physikalischen Größe nur an diskreten Zeitpunkten zur Verfügung.

Definition 9. Ein **zeitdiskretes Signal** ist eine Folge
$x : \mathbb{Z} \to \mathbb{C}. Falls\, x(\mathbb{Z}) \subset \mathbb{R},\, heisst\, S\, reelwertig.$

Solche Signale entstehen in der Praxis häufig durch Abtasten analoger Signale in regelmäßigen Abständen oder durch Summation analoger Signale über eine feste Zeitperiode. T heißt **Abtastperiode**. Der Kehrwert $1/T$ heißt **Abtastfrequenz**.

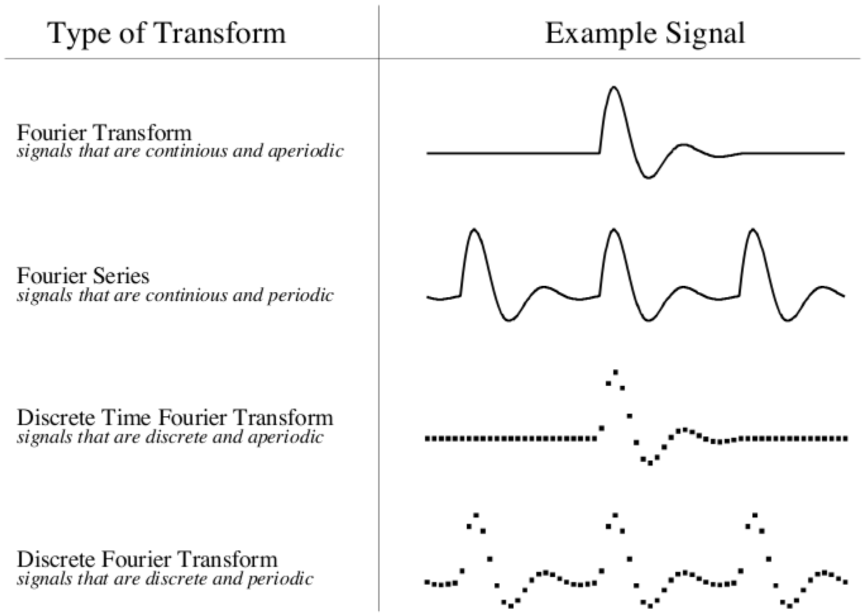

FIGURE 2.1. System types.

2.7. **Unterschiede analoger und zeitdiskreter Exponentialfolgen.** Wir betrachten eine Exponentialfolge mit Frequenz $\omega_0 + 2\pi$. Es gilt

$$x[n] = A^{(i\omega_0+2\pi)n} = A^{i\omega_0 n i 2\pi n} = A^{i\omega_0 n}$$

Daher sind Exponentialfolgen, deren Frequenzen sich sich um 2π unterscheiden, völlig gleich. Daher brauchen wir bei Folgen nur die Frequenzen ω_0 von 0 bis 2π zu betrachten! Bei analogen Signalen sieht dies völlig anders aus (wichtig!).

Ein weiterer wichtiger Unterschied betrifft die Periodizität.

Definition 10. Eine Folge $x : \mathbb{Z} \to \mathbb{C}$ heißt periodisch, falls für ein $N \in \mathbb{N}$ gilt: $x[n] = x[n + N]$

Betrachten wir eine sinusförmige Folge, so fordern wir
$A\cos(\omega_0 + \phi) = A\cos(\omega_0 n + \omega_0 N + \phi)$
also $\omega_0 N = 2\pi k \Leftrightarrow N = \frac{2\pi k}{\omega_0}\, mit\, N \in \mathbb{N}$

Abhängig von ω_0 muss die Periode also nicht $\frac{2\pi}{\omega_0}$ und es ist möglich, dass **eine sinusförmige Folge nicht periodisch ist**.

Entsprechend muss eine eine komplexe Exponentialfolge nicht periodisch sein, denn
$e^{i\omega_0(n+N)} = e^{i\omega_0 n}$
führt ebenfalls auf $\omega_0 N = 2\pi k$.

3. Systeme

3.1. Signalverarbeitungssysteme. Ein *Signalverarbeitungssystem* oder ein *Übertragungssystem* oder *Filter* ist eine Vorrichtung, die jedem Eingangssignal ein Ausgangssignal zuordnet. Mathematisch modelliert man es als Abbildung, wobei allerdings der Definitionsbereich nicht immer von vornherein klar ist. Ähnlich wie bei holomorphen Funktionen oder linearen Operatoren in Hilberträumen[1] variiert man den Definitionsbereich, um gewünschte Eigenschaften der Abbildung zu erreichen.

Systeme zur Verarbeitung analoger Signale werden auch *analoge Filter* genannt, solche zur Verarbeitung digitaler Signale entsprechend *digitale Filter*.

Example 11. Natürliche Übertragungssysteme.

(1) Die *akkustischen Übertragungseigenschaften* eines Raumes. Dabei sind die Eingangssignale Tonsignale, die von einer Schallquelle erzeugt werden, und die Ausgangssignale die Tonsignale, die auf ein Ohr oder Mikrofon treffen. Der Raum kann ein Zimmer oder Saal, oder der Gehörgang des Ohres sein.
(2) Die *optischen Übtertragungseigenschaften des Auges*.

3.2. Statische und dynamische Systeme.

Definition 12. Ein System T heißt **statisch** oder **speicherfrei**, wenn seine Ausgabe zum Zeitpunkt n nur vom Eingangswert $x[n]$ abhängt. Sonst heißt es **dynamisch**.

Example 13. statische Systeme.

$y[n] = \tau\{x[n]\} = ax[n]$
$y[n] = \tau\{x[n]\}) = nx[n] + bx^3[n]$

Example 14. dynamische Systeme.

$y[n] = \tau\{x[n]\} = x[n] + 3x[n-1]$
$y[n] = \tau\{x[n]\} = \sum_{k=0}^{n} x[n-k]$
$y[n] = \tau\{x[n]\} = \sum_{k=0}^{\infty} x[n-k]$

3.3. Zeitinvarianz.

Definition 15. Ein System $T : S^d \to S$ heißt **zeitinvariant** oder **verschiebungsinvariant**, falls aus
$x[n] \xrightarrow{T} y[n]$
stets
$x[n-k] \xrightarrow{T} y[y-k]$
für alle $k \in U$, $x \in S$ folgt. Andernfalls heißt T **zeitabhängig**.

3.4. Linearität.

Definition 16. Ein System $\tau : S \to S$ heißt linear, falls gilt
$\tau[a_1 x_1[n] + a_2 x_2[n]\} = a_1 \tau\{x_1[n]\} + a_2 \tau\{x_2[n]\}$
für alle $x_1, x_2 \in S$, a_1, $a_2 \in \mathbb{C}$

Man spricht auch davon, dass T das Superpositionsprinzip erfüllt, sich also die Wirkung auf Signaladditionen als Addition der Wirkungen darstellen lässt. Ein System das **nicht linear** ist, heißt **nicht-linear**.

A system is called linear if it has two mathematical properties: homogeneity and additivity.

[1]Ein **Hilbertraum**, benannt nach dem Mathematiker David Hilbert, ist ein vollständiger Vektorraum mit Skalarprodukt. Die Dimension eines Hilbertraums ist in den meisten Anwendungen unendlich, jedoch kann sie auch endlich sein.

Der *Hilbertraum* ist ein Spezialfall eines Innenproduktraums (=Prähilbertraums), d. h. ein Vektorraum über den reellen Zahlen oder den komplexen Zahlen mit einem Skalarprodukt (=Innenprodukt). Das Skalarprodukt induziert eine Norm und eine Metrik.

Definition. Ein Prähilbertraum, der vollständig bezüglich der durch das Skalarprodukt induzierten Metrik ist, in dem also jede Cauchy-Folge konvergiert, heißt Hilbertraum.

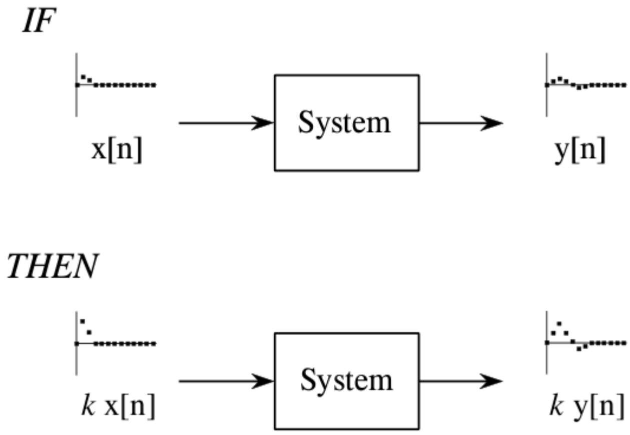

FIGURE 3.1. Homogeneity means that a change in the input signal's amplitude results in a corresponding change in the output signal's amplitude. In mathematical terms, if an input signal of $x[n]$ results in an output signal of $y[n]$, an input of $k\ x[n]$ results in an output of $k\ y[n]$, for any input signal and constant, k.

Definition 17. Definition of **homogeneity**. A system is said to be *homogeneous* if an amplitude change in the input results in an identical amplitude change in the output. That is, if $x[n]$ results in $y[n]$, then $kx[n]$ results in $ky[n]$, for any signal, $x[n]$, and any constant, k.

3.5. **Kausalität.** Bei der Echtzeitverarbeitung ist es unmöglich, Signalwerte aus der Zukunft im System zu verarbeiten. Da ein natürliches System dies auch nicht kann, heißen Systeme ohne Bezug zu zukünftigen Werten kausal. (Bei einer Zwischenspeicherung, also ohne Echtzeitverarbeitung, geht dies natürlich sehr wohl.)

Definition 18. Ein System $T : S \to S$ heißt **kausal**, falls die Ausgabe zu jedem Zeitpunkt n nur von der aktuellen und vergangenen Eingabe (d.h. $x[n], x[n-1], x[n-2], \dots$) abhängt. Ein System, das dieser Bedingung nicht genügt, heißt **nicht-kausal**.

3.6. **Stabilität.**

Definition 19. Ein System $T : S \to S$ heißt **begrenzter–Input–begrenzter–Output (BIBO)–stabil**, falls ein begrenztes Einganssignal in ein begrenztes Ausgangssignal umgewandelt wird, d.h. falls $|x[n]| < M_x < \infty$ für $M_x \in \mathbb{R}$, dann auch $|\tau\{x[n]\}| < M_y < \infty$ für ein $M_y \in \mathbb{R}$. Ein nicht BIBO-stabiles Signal heißt **BIBO–instabil**.

3.7. **Kaskaden.** Systeme können in Reihe hintereinandergeschaltet werden oder parallel geschaltet werden. Für die Reihenschaltung zweier Systeme T_1, T_2 gilt:

$$\tau\{x(n)\} = \tau_2\{\tau_1\{x[n]\}\}$$

Bei der Parallelschaltung wird eine Addition genutzt, um die Ergebnisse zu vereinen:

$$\tau\{x[n]\} = \tau_1\{x[n]\} + \tau_2\{x[n]\}.$$

4. Die z-Transformation

Da für viele Folgen keine Fouriertransformation existiert, hat man eine Verallgemeinerung gesucht.

Ein für die Behandlung von Folgen und die Lösung von Differnezengleichungen geeignetes Hilfsmittel ist die *z-Transformation.* Mit ihr wird einer Folge von Zahlenwerten eine Funktion der komplexen Variablen z zugeordnet. Bei der Umkehrung der z-Transformation soll aus einer gegebenen Funktion der komplexen Variablen z auf die dazugehörende Zahlenfolge geschlossen werden.

Fact 20. *Das Pendant der zeitdiskreten Signalverarbeitung zur Laplace-Transformation der zeitkontinuierlichen Signalverarbeitung ist die z-Transformation.*

4.1. **Konvergenzbereich**[2]**.** Aus der Diskussion der Fouriertransformierten folgt, dass

$\sum_{n=-\infty}^{\infty}(x[n]r^{-n}) < -\infty$

den Bereich angibt, in dem $X(z)$ konvergiert. Da dies nur von $|z|$ abhängt, handelt es sich in der komplexen Ebene um einen Ring (Kreisscheibe, gelochte Kreisscheibe), den **Konvergenzbereich**.

Fact 21. *Das Konvergenzgebiet einer z-Transformierten ist typischerweise ein Ringgebiet in der z-Ebene. Konvergenz liegt dann vor für*

$$R_i < |z| < R_a,$$

wobei $R_i \longrightarrow 0$ *und* $R_a \longrightarrow \infty$ *gehen können.*

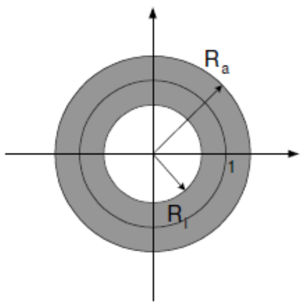

FIGURE 4.1. Konvergenzbereich.

Note 22. Wenn der Einheitskreis innerhalb des Konvergenzbereiches liegt, existiert ein Spektrum der Folge, welches mit dem Frequenzgan miltipliziert werden kann.

4.2. **Inverse z-Transformation.** Da wir die z-Transformation zur Analyse von Systemen einsetzen wollen, müssen wir sie auch umkehren können.

4.2.1. *Tabellenverfahren.* Wir wissen etwa

$a^n u[n] \overset{z}{\longleftrightarrow} \frac{1}{1-az^{-1}}, \, |z| < |a|$

also ist die z-Transformierte von

$X(z) = (\frac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}) \, |z| > \frac{1}{2}$

sicher

$x[n] = (\frac{1}{2})^n u[n]$

Example 23. Wie suchen die Folge $x[n]$ mit der z-Transformierten

[2]Der **Konvergenzbereich** bezeichnet die Menge aller Punkte im Definitionsbereich, in den die Funktionenreihe absolut konvergiert.

$$X(z) = \frac{1}{(1 - \frac{1}{4}z^{-1})\,(1 - \frac{1}{2}z^{-1})},\ |z| > \frac{1}{2}$$

.

Aus dem Konvergenzbereich und Bem. 2 schließen wir, dass $x[n]$ eine rechtsseitige Folge ist. Da die Pole erster Ordnung sind, setzen wir an:

$$X(z) = \frac{A_1}{1 - \frac{1}{4}z^{-1}} + \frac{A_2}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}}$$

Aus unseren Formeln ergibt sich

$$A_1 = (1 - \frac{1}{4}z^{-1})X(z)|_{z=\frac{1}{4}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}4} = -1$$

$$A_2 = (1 - \frac{1}{2}z^{-1})\,X(z)|_{z=\frac{1}{2}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{4}2} = 2$$

und somit

$$X(z) = \frac{-1}{1 - \frac{1}{4}z^{-1}} + \frac{2}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}}$$

Mit der Erkenntnis, dass $x[n]$ rechtsseitig ist, folgern wir

$$x[n] = 2(\frac{1}{2})^n u[n] - (\frac{1}{4})^n u[n]$$

-.

Example 24. Wir suchen die Folge $x[n]$ mit der z-Transformation

$$X(z) = \frac{1 + 2z^{-1} + z^{-2}}{1 - \frac{3}{2}z^{-1} + \frac{1}{2}z^{-2}} = \frac{(1 + z^{-1})^2}{(1 - \frac{1}{2}z^{-1})(1 - z^{-1})},\ |z| > 1$$

Wieder handelt es sich um eine rechtsseitige Folge.

Da Zähler und Nenner den gleichen Grad haben und die beiden Polstellen verschieden sind, setzen wir an

$$X(z) = B_0 + \frac{A_1}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}} + \frac{A_2}{1 - z^{-1}}$$

B_0 ist per Polynomdivision zu ermitteln

$$(1 + 2z^{-1} + z^{-2}) : (1 - \frac{3}{2}z^{-1} + \frac{1}{2}z^{-2}) = 2 + \frac{5z^{-1} - 1}{1 - \frac{3}{2}z^{-1} + \frac{1}{2}z^{-1}}$$

$$\frac{-(2 - 3z^{-1} + z^{-2}}{-1 + 5z^{-1}}$$

Also ist $B_0 = 2$.

Für A_1und A_2 ergibt sich

$$A_1 = X(z)(1 - \frac{1}{2}z^{-1})|_{z=\frac{1}{2}} = \frac{(1 + \frac{1}{2}^{-1})^2}{1 - \frac{1}{2}^{-1})} = -9$$

$$A_2 = X(z)(1 - z^{-1})|_{z=1} = \frac{(1 + 1^{-1})^2}{(1 - \frac{1}{2}1^{-1})} = 8$$

Es folgt

$$X(z) = 2 - \frac{9}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}} + \frac{8}{1 - z^{-1}}$$

wegen

$$2 \overset{z}{\longleftrightarrow} 2\sigma[n], \quad \frac{1}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}} \overset{z}{\longleftrightarrow} (\frac{1}{2})^n u[n], \quad \frac{1}{1 - z^{-1}} \overset{z}{\longleftrightarrow} u[n]$$

für $|z| > 1$ als Konvergenzbereich schließen wir

$$x[n] = 2\sigma[n] - 9(\frac{1}{2})^n u[n] + 8u[n]$$

4.3. **Potenzreihenentwicklung.** Die Definition der z-Transformation lautet

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]z^{-n}.$$

Wenn die z-Transformierte also als Laurentreihe vorliegt, lassen sich die Folgeglieder aus den Koeffizienten ablesen.

Diese Methode eignet sich für endliche Folgen und für z-Transformierte aus Funktionen, für die Potenzentwicklungen existieren, wie exp, sin, log...

Example 25. Wir suchen die Folge $x[n]$ zur z-Transformierten

$$X(z) = z^2(1 - \frac{1}{2}z^{-1})(1 + z^{-1})(1 - z^{-1})$$

Da die Polstellen bei $z = 0$ liegen, können wir den Partialbruchansatz nicht verwenden. Stattdessen multiplizieren wir die Klammern aus und erhalten

$$X(z) = z^2 - \frac{1}{2}z - 1 + \frac{1}{2}z^{-1}$$

Dies liefert durch Koeffizientenvergleich die Folge

$$x[n] = \{\dots, 0, 1, -\frac{1}{2}, -1, \frac{1}{2}, 0, \dots\}$$

bzw.

$$x[n] = \sigma[n+2] - \frac{1}{2}\sigma[n+1] - \sigma[n] + \frac{1}{2}\sigma[n-1]$$

5. Rechnungen

5.1. **Differenzengleichungen.**

Komplette Lösung	Homogene Lösung	Spezielle Lösung
$y[n]$	$y_h[n]$	$y_p[n]$

(1) Zerlegung des Ausgabesignales y in einen homogenen Teil y_h und einen speziellen Teil y_p
(2) Bestimmung der homogenen Lösung
(3) Bestimmung der speziellen Lösung
(4) Bestimmung der kompletten Lösung

Example 26. $y(n) - 3y(n-1) - 4y(n-2) = x(n) + 2x(n-1)$

References

[DSP-First] DSP-First.

E-mail address: mailto:adrian@immanuelK.net
URL: http://www.immanuelK.net